1. Przedstaw liczbę 0 w postaci:
   a) ilorazu dwóch liczb wymiernych,
   b) różnicy dwóch pierwiastków różnych stopni,
   c) iloczynu dwóch potęg o różnych podstawach.

2. Oblicz n gdy $1,35 \cdot 10^n = 135000000$.

3. **a)** Podaj przykłady trzech liczb wymiernych m, k, l spełniających warunek $\frac{1}{4} < m < k < l < \frac{8}{25}$,
   b) Wyznacz ułamek o mianowniku 250, który jest większy od $0,(8)$ i jednoczesnie mniejszy od $\frac{23}{25}$.

4. Oblicz:
   a) $(\sqrt{3}+2)(2\sqrt{3}-3)$,
   b) $\frac{\sqrt{5\frac{4}{9}}-(\frac{1}{3})^{-2}:4,5}{(8-3\cdot 2\frac{1}{3})\cdot(-\frac{1}{3})^{-1}}$.

5. Zapisz bez użycia symbolu wartości bezwzględnej:
   a) $\sqrt{(2-\sqrt{5})^2}$,
   b) $|\sqrt{7}-1| - |-3+\sqrt{7}|$.

6. Oblicz wartość wyrażenaia $\frac{(a^2+2ab+b^2)^{-1}}{(a+b)^4} : \frac{(2a-b)^{-2}}{(4a^2-4ab+b^2)^3}$ dla $a=1$, $b=0,5$.

7. Przedstaw $\frac{4^{-1}-3\cdot(\frac{2}{3})^{-2}}{5-(\frac{1}{2})^{-1}}$ w postaci nieskracalnego ułamka zwykłego.

8. Oblicz, jaki procent liczby x stanowi liczba y, gdy $x = \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{\sqrt{144}}\right) : \left(2^{-2} - 3\cdot 2^{-4}\right)$, $\quad y = \frac{3^{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt[3]{9}}{\sqrt[6]{3}}$.

9. Wykonaj działania:
   a) $\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{24}-\sqrt[3]{81}$,
   b) (R) $\frac{1}{1+\sqrt[3]{3}}$.

10. Oblicz:
    a) $\sqrt{-2\sqrt[3]{-8}}$,
    b) $\sqrt[7]{-\sqrt[6]{-\sqrt[5]{-1}}}$,
    c) $((\sqrt[3]{\sqrt[5]{3}})^3)^5$,
    d) $\frac{\sqrt[3]{-60}\,\sqrt[3]{50}}{\sqrt[3]{4}\,\sqrt[3]{6}}$,
    e) $\sqrt{x}-\sqrt{8}=\sqrt{32}$,
    f) $\frac{1}{x} = \sqrt[3]{0,064}$.

11. Dla $a=\sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$ i $b=\sqrt{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$, oblicz $a\cdot b$, $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}$, $(a-b)^2$, $\frac{1}{a^2}+b^2$.

12. Dane są liczby: $x=5\sqrt{7}-2$ i $y=\sqrt{7}-4$. Oblicz wartości wyrażeń: $|y-x|$ oraz $\frac{x}{y}$. Wyniki przedstaw w postaci $a+b\sqrt{7}$, gdzie a i b są liczbami wymiernymi.

13. Oblicz:
    a) $3+2,(9)$,
    b) $2+3,(4)$,
    c) $6-2,(7)$,
    d) $2\cdot 0,(1)+0,(7)$,
    e) $1,(09)+0,(90)$,
    f) Zamień liczbę $1,24(36)$ na ułamek zwykły.

14. Wiadomo, że $1,5849$ jest przybliżeniem liczby $10^{0,2}$ z zaokrągleniem do 4 miejsc po przecinku. Wyznacz przybliżenie liczby $10^{-\frac{4}{5}}$ z zaokrągleniem do 3 miejsc po przecinku oraz przybliżenie liczby $10^{\frac{11}{5}}$ z zaokrągleniem do 1 miejsca po przecinku.

15. **a)**Kibic obserwując zawody lekkoatletyczne oszacował długość rzutu młotem na 78 m 40 cm, a okazało się, że młociarz rzucił młot na odległość 77 m 76 cm.
    b) Długość skoku trójskoczka kibic ocenił na 17 m i 20 cm, natomiast rezultat jaki po chwili ukazał się na tablicy wyników to 17,36 m. W którym przypadku kibic popełnił większy błąd względny?

16. Niech $a = 2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 11^5$ i $b = 4 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11^4$
    a) Wyznacz $NWW(a,b)$ i $NWD(a,b)$.
    b) Oblicz $\frac{NWW(a,b)}{NWD(a,b)}$.
    c) Wykaż, że $NWW(a,b) \cdot NWD(a,b) = a \cdot b$.

17. Rozłóż liczby a i b na czynniki pierwsze, a następnie wyznacz $NWW(a,b)$ i $NWD(a,b)$, gdy
    a) $a = 429,\ b = 143$,
    b) $a = 105,\ b = 187$,
    c) $a = 24,\ b = 60$.

18. O liczbie x wiadomo, że $NWD(6,x) = 3$ oraz $NWW(6,x) = 90$. Oblicz x.

19. Cena płaszcza kolejno malała najpierw o 20%, a następnie o 30% i wtedy kosztował on 700 zł. Jaka była cena płaszcza przed obniżkami?

20. Świeżo skoszona trawa zawiera 60% wody, a wysuszone siano tylko 15% wody. Oblicz, ile kilogramów wysuszonego siana można otrzymać z 1 tony świeżo skoszonej trawy? Wynik podaj w zokrągleniu do pełnych kilogramów.

21. Ile kilogramów wody należy dodać do $0,5$ kg 30 procentowego roztworu soli, aby otrzymać roztwór pięcioprocentowy?

22. Ania i Zosia kupiły pewną ilość pomarańczy. Ania zrobiła sok z 30%, a Zosia z 25% zakupionych owoców. O ile procent więcej soku zrobiła Ania?

23. W 1995 roku zbiory kawy na świecie wynosiły 5489 tys. ton, a w roku 2001 - 7300 tys. ton. W Wietnamie zebrano w 1995 roku 4%, a w 2001 roku $12,3$% ś wiatowego zbioru kawy. O ile punktów procentowych zbiory kawy w Wietnamie były większe w 2001 roku w porównaniu z 1995 rokiem. O ile procent wzrosły zbiory kawy w Wietnamie w 2001 roku w porównaniu z rokiem 1995?

24. Uzasadnij, że liczba postaci $3^n + 3^{n+1} + 3^{n+2}$ jest podzielna przez 13.

25. Wykaż, że iloczyn trzech kolejnych liczb naturalnych jest podzielny przez 6.

26. Udowodnij, że każda liczba całkowita k, która przy dzieleniu przez 7 daje resztę 2, ma tę własność, że reszta z dzielenia liczby $3k^2$ przez 7 jest równa 5.

27. Udowodnij, że jeśli x, y są liczbami rzeczywistymi, to $x^2 + y^2 \geqslant 2xy$.

28. Wykaż, że prawdziwa jest nierówność $\sqrt{2^{50}+1} + \sqrt{2^{50}-1} < 2^{26}$.

29. **Test wyboru.** Zaznacz poprawne odpowiedzi.

    a) Liczba $3^{\frac{8}{3}} \cdot \sqrt[3]{9^2}$ jest równa:
    (A) 3^3, **(B)** $3^{\frac{32}{9}}$, **(C)** 3^4, **(D)** 3^5.

    b) Liczba $\log 24$ jest równa:
    (A) $2\log 2 + \log 20$, **(B)** $\log 6 + 2\log 2$, **(C)** $2\log 6 - \log 12$, **(D)** $\log 30 - \log 6$.

    c) Liczba $0,(45)$ po zamianie na ułamek zwykły jest równa:
    (A) $\frac{45}{100}$, **(B)** $\frac{5}{11}$, **(C)** $\frac{9}{20}$, **(D)** $\frac{45}{10}$.

    d) Suma liczby odwrotnej do $-3\frac{1}{2}$ i przeciwnej do $3\frac{5}{7}$ jest równa:
    (A) 5, **(B)** $4,5$, **(C)** $-3\frac{6}{7}$, **(D)** -4.

    e) Wartością wyrażenia $\frac{\sqrt{8}\cdot 8^2 \cdot 125}{\sqrt{32}\cdot 5^3}$ jest liczba:
    (A) $\frac{125\sqrt{2}}{4}$, **(B)** $\frac{64}{5}$, **(C)** 64, **(D)** 32.

f) Uwalniając ułamek $\frac{4}{\sqrt{3}-1}$ od niewymierności, otrzymasz:
(A) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$, **(B)** $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$, **(C)** $4(\sqrt{3}-1)$, **(D)** $2(\sqrt{3}+1)$.

g) Liczba 15 jest przybliżeniem z niedomiarem liczby x. Błąd bezwzględny tego przybliżenia jest równy $0,24$. Liczba x to
(A) $14,76$, **(B)** $14,80$, **(C)** $15,20$, **(D)** $15,24$.

30. (R) Oblicz $\sqrt{5-2\sqrt{6}}+\sqrt{3-2\sqrt{2}}-\sqrt{7-4\sqrt{3}}$.

31. (R) Wykaż, bez użycia kalkulatora i tablic, że: $\sqrt[3]{5\sqrt{2}+7}-\sqrt[3]{5\sqrt{2}-7}$ jest liczbą całkowitą.

32. (R) Wykaż, że dla $a \in (2,3)$ zachodzi równość $\frac{\sqrt{a^2-6a+9}}{3-a}+\frac{\sqrt{a^2-4a+4}}{a-2}=2$.

33. (R) Wykaż, że dla każdej liczby całkowitej k liczba $k(k+1)(k+9)(k^2+1)$ jest podzielna przez 5.

34. (R) Udowodnij, że jeśli $a>0$ i $b>0$ oraz $a+b=1$, to $ab \leqslant \frac{1}{4}$.

35. (R) Liczbą palindromiczną nazywamy liczbę naturalną, która czytana z prawej do lewej lub z lewej do prawej daję tę samą liczbę np.: 5225. Udowodnij, że liczba czterocyfrowa palindromiczna jest podzielna przez 11.

36. (R) Wykaż, że jeśli $x+y+z=0$, to $xy+yz+xz \leqslant 0$.

37. (R) Oblicz $\log_3 \sqrt[4]{27}-\log_3(\log_3 \sqrt[3]{\sqrt[3]{3}})$.
Zakoduj cyfrę jedności i dwie pierwsze cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

38. (R) **Test wyboru.** Zaznacz poprawne odpowiedzi.

a) Liczba $\sqrt{11+\sqrt{72}}+\sqrt{11-\sqrt{72}}$ jest:
(A) niewymierna,
(B) dodatnia,
(C) całkowita,
(D) pierwiastkiem pewnego równania kwadratowego o współczynnikach całkowitych.

b) Liczba $\frac{1}{\sqrt[3]{5}-\sqrt[3]{4}}$ jest równa:
(A) $\sqrt[3]{5}+\sqrt[3]{4}$, **(B)** $\sqrt[3]{5}+\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{20}$, **(C)** $\sqrt[3]{25}+2\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{20}$, **(D)** $\sqrt[3]{25}+\sqrt[3]{16}$.

c) Liczba $\frac{27^{665}\cdot\sqrt[3]{3^{-92}}}{(\frac{1}{3})^{\frac{152}{3}}}$ jest równa:
(A) 3^{725}, **(B)** 3^{1995}, **(C)** 3^{2015}, **(D)** 3^{2045}.